نویسنده : حمید رضا امیری
ایمیل :abusohrab2000@yahoo.com

بنام خدا

احتمالا بزرگترین مشکلی که اکثر مبتدی ها را در هنگامی که تلاش میکنند زبان اسمبلی را یاد بگیرند متوقف می کند کاربرد عمومی سیستمهای شمارشی هگزادیسمال و باینری است . یادگرفتن این سیستمهای شمارشی مهم است چون به کار بردنشان مباحث پیچیده دیگر را از قبیل جبر بولی , طراحی منطقی , نمایش اعداد نشان دار , کدهای کاراکتر و داده های بسته بندی شده ساده میکند.

0.1 -- پیش نمایش فصل:

این فصل چندین مفهوم مهم را از قبیل سیستمهای شمارشی هگزا دیسمال و باینری , سازماندهی داده های باینری (bits , nibbles , bytes , words , double words) , سیستمهای شمارشی نشان دار و بی نشان , عملگرهای چرخشی و shift و منطقی و حسابی روی مقادیر باینری , فیلدهای بیت و داده های بسته بندی شده و مجموعه کاراکتر های ASCII مطرح میکند. این اجزای اصلی است و الباقی این متن به میزان دانستن شما از این مفاهیم است. اگر شما در حال حاضر با این مفاهیم اشنایی دارید بایستی حداقل بطور سطحی پیش از حرکت به فصل بعد انرا مرور کنید.اگر هم با این مفاهیم اشنا نیستید و یا بطور سر بسته و مبهم با اشنا هستید با دقت همه انرا پیش از ادامه کار فرا بگیرید. تمام مفاهیم این فصل مهم هستند و هیچ کدام را از قلم نیاندازید.

1.1-- سیستمهای شمارشی :

اکثر سیستمهای پیشرفته کامپیوتری اعدادرا با سیستم دسیمال نمایش نمیدهند , در عوض انها نوعا یک سیستم شمارشی باینری یا دو سیستم شمارشی مکمل بکار میبرند.برای فهمیدن محدودیتهای محاسباتی کامپیوتر شما بایستی بفهمید که کامپیوترها اعداد را چگونه نشان میدهند.

1.1.1-- یک دوره جامع از سیستمهای شمارشی :

در اینجا من قصد دارم تا شما را به دنیای درون اعداد ببرم و کمی هم از رازهای خلقت مغز با شما صحبت کنم .مطمینا وقتی که در دنیای اعداد غوطه ور هستیم علاوه بر اینکه مطالب زیادی خواهید اموخت مهارتهای محاسباتی مغز شما رشد خواهند کرد ودر ضمن خواهید دید که نوابغ چگونه با این مهارتها محاسبات سنگین را در ظرف چند دقیقه انجام میدهند.

بشر از هنگامی که توانست شروع به شمردن کند ابزاری بجز انگشتان دست و پا در اختیار نداشت .او برای اینکه بتواند تعداد افراد , رمه ها , اشجار , و ستارگان را به خاطر بسپارد یا برای دیگری بیان کند از این ابزار استفاده میکرد . از انجا که بطور طبیعی تعداد انگشتان دست ۱۰ عدد است وی در ازای هر ۱۰ تایی که میشمرد از یک انگشت پا استفاده میکرد و برای ۱۰ تای بعد مجددا از دست استفاده میکرد . بدین ترتیب وی تا ۲۴۰ میتوانست بشمرد .این اولین سیستم شمارشی بود که بشر ابداع کرد. در واقع در ازای هر ۱۰ تا یک مدل یا یک انگشت قایل میشد . البته این تعداد در برابر ارتشی که ممکن بود به کشوری حمله کند رقم ناچیزی به شمار میامد . به همین سبب لازم میبود تا این سیستم توسعه یابد. دانشمندان در زمان اجداد ما راههای متفاوت و بعضا شگفت انگیزی برای توسعه ان خلق کردند اما سیستمی که توانست به سبب قدرت و پویایی و شمارش زیاد مورد قبول همه قرار بگیرد و در ضمن به

راحتی برای همگان قابل فهم باشد سیستم شمارشی اعشاری (دهگانی) است که در زمان ما هم قابل استفاده است و ان به این صورت است:

۱- تا ۱۰ را با انگشت دست بشمار از انگشت کوچک دست راست شروع و به انگشت کوچک دست چپ ختم کن .

۲- در ازای هر ۱۰ تایی که شمردی بند بالایی انگشتت را کنار بگذار .به ترتیب راست به چپ. بدین ترتیب تا به عدد ۱۰۰ برسی تمام بندهای بالایی انگشتانت مورد استفاده قرار خواهند گرفت. میدانی که هر انگشت ۳ بند دارد.

۳- حال وقتی تمام بندهای بالایی انگشتان دستت تمام شد در ازای همه انها یعنی در ازای هر ۱۰۰ تایی که شمرده ای یک بند وسط از انگشتت را به ترتیب راست به چپ کنار بگذار. بدین ترتیب تا به عدد ۱۰۰۰ برسی تمام بندهای بالایی و وسطی انگشتانت مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

۴- و حالا وقتی تمام بندهای وسطی انگشتان دستت تمام شد در ازای همه انها یعنی در ازای هر ۱۰۰۰ تایی که شمرده ای یک بند پایین از انگشتت را به ترتیب راست به چپ کنار بگذار . بدین ترتیب تا به عدد ۱۰۰۰۰ برسی تمام بندهای بالایی و وسطی و پایینی انگشتانت مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

تا اینجای کار سخت نیست فی الواقع ما برای یکانها از خود انگشت و برای ده گانها از بندبالایی و برای صدگانها از بند وسطی و برای هزارگانها از بند پایینی انگشتان دستمان استفاده کردیم .

حال فرض کنید شما یک فرمانده ارتشی در زمان اجدادتان هستید برای انکه بتوانید به سردار سپاه در پشت جبهه اطلاع دهید که یک گروه ۲۳۸۶ نفری از دشمن میخواهد شما را دور بزند و محاصره تان کند باید به پیک اینگونه تفهیم کنید : هر دو دست مقابل شما باشد بطوری که کف دستانش رو به زمین باشد.حال برای نشان دادن ۲۰۰۰ باید ۲ بند پایینی انگشتان دست راستش را با شروع از انگشت کوچک راست فشار دهید . این یعنی ۲ تا ۱۰۰۰ تا . حالا برای عدد ۳۰۰ باید ۳ بند وسطی انگشتان دست راستش را با شروع از انگشت کوچک فشار دهید . و برای نشان دادن عدد ۸۰ باید ۸ بند بالایی انگشتان دستش را با شروع از انگشت کوچک دست راست فشار دهید. برای تفهیم عدد ۶ نیز ۶ انگشت دستش را با شروع از انگشت کوچک راست خم کنید.

خب البته این یک مثال بود برای اینکه بتوانید سیستم شمارشی اعشاری را بفهمید . در این سیستم که امروزه به دسیمال معروف است ما تمام محاسباتمان را بر مبنای ۱۰ انجام دادیم . یعنی هر ۱۰ تا را بسته بندی کرده سپس ۱۰ تا از این ۱۰ تایی ها را بسته بندی کرده و سپس هر ۱۰ تا از بسته های دوم را بسته بندی کرده و الی اخر. این مثال البته روشی است ساده که من برای بکار گیری سیستم شمارشی دسیمال ابداع کرده ام و شما میتوانید از ان برای محاسبات ساده و روزمره و همچنین تقویت حافظه تان استفاده کنید .همچنین روش بدون کلامی است که ممکن است در بعضی مکانها بکار اید . البته این روش را من با الهام ازروش محاسبه یک نابغه ایرانی ابداع کردم - وی تنها با انگشتان دست میتواند یک عدد ۱۵ رقمی را به توان یک عدد ۵ رقمی برساند یا ریشه ۹ ام یک عدد ۹ رقمی را تنها با انگشت دست محاسبه کند . البته توانایی ذهن او بسیار فراتر از اینهاست اما روش ابداعی وی هم قابل اموختن است و هم تنها با انگشت دست انجام میشود - که کار را کمی ساده تر کرده اما حسنش در اینجا علاوه بر نشان دادن سیستم شمارشی دسیمال اینست که شما را با روش محاسبه نوابغ اشنا کرده و هم زیر بنای فکری ساخت و ساز سیستمهای شمارشی را به شما نشان میدهد که میتواند در تشریح سیستمهای شمارشی دیگر که از بین انها ۲ و ۸ و ۱۶ مهمتر هستند کمکمان کند.

حالا اجازه دهید کمی امروزی تر فکر کنیم و ببینیم با علم ریاضی چگونه میتوانیم کار را کمی ساده تر کنیم .ابتدا بیاید یک تعریف از سیستم شمارشی دسیمال یا همان اعشاری برای خودمان بسازیم: سیستم شمارشی دسیمال سیستمی است که در ان برای شمارش از بسته های ۱۰ تایی استفاده میکنند.گفتیم بسته , و صد البته منظورمان اینست که هر بسته میتواند ۱ تایی یا ۱۰ تایی یا ۱۰۰ تایی و.... باشد .

بعنوان مثال اگر ما عدد یک میلیون و یکصدو سی و هفت را در نظر بگیریم میتوانیم بگوییم:یکی یکمیلیون تایی بعلاوه یکی صد تایی بعلاوه سه تا ده تایی بعلاوه هفت تا یک تایی:

1000137= (1*1000000) + (1*100) + (3*10) + (7*1)

یعنی در سیستم شمارشی دسیمال از راست به چپ هر عدد در یک جایگاه خاص نشسته . در مثال ما ۷ در جایگاه یکی ای ها نشسته که به این جایگاه یکان میگوییم. ۳ در جایگاه ده تایی ها نشسته که به این جایگاه دهگان میگوییم.در زیر جایگاهها به ترتیب راست به چپ ذکر گردیده: یکان - دهگان - صدگان - هزارگان - ده هزارگان - صد هزارگان - یک میلیونگان - ....

ما بکمک علم ریاضی میتوانیم بفهمیم که این جایگاهها در واقع توانهای ده هستند:

یکان= 10 ^ 0

دهگان=1 ^ 10

صدگان=2 ^ 10

هزارگان=3 ^ 10

ما در زندگی روزمره خود انقدر با سیستم شمارشی دسیمال کار کرده ایم که انرا مسلم پنداشته ایم . زمانی که ما عدد ۳۶۵ را میبینیم در مورد ارقام ان فکر نمیکنیم بلکه یک تصویر فکری از بزرگی اندازه ای که این عدد نمایش میدهد به نظرمان میاید.در حقیقت۳۶۵ نشان دهنده :

365 = 5*(10^0) + 6*(10^1) + 3*(10^2) = 5 + 60 + 300

است . و همچنین عدد ۱۰۰۰۱۳۷ نشان دهنده جمله زیر است:

1000137 = 7*(10^0) + 3*(10^1) + 1*(10^2) + 0*(10^3) + 0*(10^4) + 0*(10^5) + 1*(10^6)

= 7+30+100+1000000

خب کم کم داریم با سیستم شمارشی دسیمال اشنا تر میشویم.این خواست خدا بوده که در خلقت انسان , مغز بگونه ای عمل کند که در محاسبات , آدمی یک درک حسی از اعداد داشته باشد انهم منحصرا در مبنای ۱۰ یا همان دسیمال. در حقیقت وقتی ما عدد ۱۳۸۲ را میشنویم به طور حسی میفهمیم که این عدد شامل یکی ۱۰۰۰ تایی و ۳ تا ۱۰۰ تایی ۸ تا ۱۰ تایی و ۲ تا ۱ تایی است.اما حالا فرض کنید یک کارخانه قلم سازی برای فروش قلمها بسته به سلیقه مشتری ازدونوع بسته بندی استفاده میکند .در نوع اول جعبه های کوچکی استفاده میکند که تنها ۸ قلم در ان جا میشود.و هر ۸ جعبه کوچک در یک جعبه بزرگتر و هر ۸ جعبه بزرگ در یک کارتن قرار میگیرد. در نوع دوم هر جعبه کوچک شامل ۱۰ قلم و هر جعبه بزرگ شامل ۱۰ جعبه کوچک و هر کارتن شامل ۱۰ جعبه بزرگ است .حالا اگر کارخانه ۴۸۶۲ قلم تولید روزانه داشته باشد در هرنوع از دسته بندی ها قاعدتا تعداد متفاوتی از جعبه ها و کارتنها باید استفاده شود:

* در نوع دوم هر جعبه کوچک شامل ۱۰ قلم است و هر جعبه بزرگ شامل ۱۰*۱۰ =۱۰۰ قلم و هر کارتن شامل ۱۰*۱۰*۱۰ = ۱۰۰۰ قلم است. پس:

۴۸۶۲= ۴ تا کارتن + ۸ تا جعبه بزرگ + ۶ تا جعبه کوچک + ۲ تا قلم تکی

* در نوع اول اما هر جعبه کوچک ۸ قلم و هر جعبه بزرگ شامل ۸*۸ = ۶۴ قلم و هر کارتن شامل ۸*۸*۸ = ۵۱۲ قلم است. پس:

۴۸۶۲= ۹ تا کارتن +۳ تا جعبه بزرگ + ۷ تا جعبه کوچک + ۶تا قلم تکی

خب به نظر شما ایا درک شما در نوع دوم حسی تر نیست ؟ و ایا برای محاسبه نوع اول احتیاج به قلم و کاغذ یا ماشین حساب ندارید؟ اگر کنجکاوید که بدانید نوع اول چه نوع سیستم شمارشی است باید بگویم که به ان مبنای ۸ یا اکتاو میگویند. البته نه بطور کامل چرا که در این مثال کار ما در بزرگی اندازه کارتن که شامل ۵۱۲ قلم است پایان میگیرد اما سیستم شمارشی اکتاو بسته ها را ۸ تا ۸ تا بسته بندی میکند تا بینهایت و صد البته منظور از هر بسته میتواند یکی ۱تایی یا یک ۸ تایی یا یک ۶۴ تایی یا یک ۵۱۲ تایی و الی اخر باشد.در اینجا من سعی کردم فقط به شما بفهمانم که ما چطور بطور ذاتی درک مستقیم و حسی ای از دسیمال داریم و در ضمن این درک اکتسابی است و چنانچه تمرین کنید میتوانید ساختار محاسباتی مغزتان را گسترش دهید و بر فرض بطور ذهنی با دیدن هر عددی مثل ۱۳۸۲ فورا درک کنید که از چند بسته ۵۱۲ تایی و چند تا ۶۴ تایی و چند تا ۸ تایی تشکیل شده. قطعا نوابغ چنین سیستمهای شمارشی را ساده تر از ما میفهمند و درک میکنند .اما این را هم بدانید که هیچ کس نتوانسته است بدون تمرین و پشتکار و همت برتری ذهنی اش را به رخ دیگران بکشد.

تمرین ۱- در مثال کارخانه , هر دو نوع بسته بندی را با تولید روزانه ۱۰۲۴و همچنین ۳۶۰۲ و همچنین ۳۸۰ قلم محاسبه و بیان کنید.
تمرین ۲- اگر تولید روزانه کارخانه ۴۰۰ قلم باشد چند قلم دیگر لازم داریم تا ۱ کارتن را در دسته بندی نوع اول بطور کامل پر کنیم؟ اگر ۸۰۰ قلم باشد چطور؟

اجازه دهید همینک یک جمع بندی از مطالب فوق ارایه دهیم . از نظر تیوری ما هر سیستم شمارشی ای -- از این پس بجای سیستم شمارشی بگویید مبنا -- میتوانیم داشته باشیم . اما بشر بواسطه خلقتش تنها مبنای ۱۰ را استفاده میکند و هم درک میکند . هر عدد در هر مبنایی قابل بیان و تبدیل است . اساس مبنا یعنی نحوه دسته بندی و سپس بسته بندی. یعنی اینکه شما برای شمارش تعدادی شیئ انها را با یک عدد دسته بندی کنید . این رمز درک مبنا ها است . اگر شما دقیقا بدانید که باید چکار کنید براحتی میتوانید مبناهای دیگر را هم درک کنید. فرض کنید شما ۴۱۸۲ خلال چوب کبریت دارید . بیایید با مبنای ۱۰ انها را بشماریم. ابتدا انها را ۱۰ تا ۱۰ تا جدا کرده (دسته بندی) و سپس دور ان نخ ببندید (بسته بندی کنید). سپس از این دسته های ۱۰ تایی ,۱۰ تا ۱۰ تا جدا کرده(دسته بندی) و انها را هم بسته بندی کنید یعنی دورشان نخی ببندید . سپس همین عمل را برای این دسته ها انجام دهید تا جایی که دیگر نتوانید دسته های ۱۰ تایی را جدا کرده و بسته بندی کنید . بیایید عمل کنیم: اگر ۴۱۸۲ خلال را ۱۰ تا ۱۰ تا جدا کنیم و دورش نخ ببندیم میبینیم که ۴۱۸ بسته میشود بعلاوه ۲ خلال تکی. حالا از این ۴۱۸ بسته ۱۰ تا ۱۰ تا جدا کرده و مجددا دورش نخی میبندیم . میبینیم که ۴۱ بسته میشود بعلاوه ۸ بسته تکی و ۲ خلال تکی.بیایید این ۴۱ بسته را هم ۱۰ تا۱۰ تا جدا کنیم و دورش هم نخ ببندیم . میبینیم که ۴ بسته شده و یک بسته هم باقی میماند . خب حالا این ۴ بسته کمتر از اینست که بشود ۱۰ تا ۱۰ تا از ان جدا کرد .پس کار ما تا اینجا تمام شد . اگر نگاهی به بسته ها بیندازیم میبینیم که ما ۴ بسته بزرگ داریم و ۱ بسته کوچک و ۸ بسته کوچکتر و ۲ خلال تکی داریم .قویا پیشنهاد میکنم این کار را در منزل انجام دهید . اگر دقت کنید بسته های بزرگ ما ۱۰۰۰ خلالی است و بسته های کوچک ما ۱۰۰ خلالی و کوچکتر ها ۱۰ خلالی هستند .در اینجا به چند نکته خوب توجه کنید : اول اینکه هیچ بسته ای (چه کوچکتر و چه کوچک و چه بزرگ) تعدادش بیشتر از ۱۰ تا باقی نمانده و این راز محاسبات مبنا هاست که هیچ بسته ای تعدادش بیشتر از عدد مبنای بکار رفته نیست .فی الواقع ما در هر مبنایی فقط از رقم ۰ تا عدد ان مبنا لازم داریم و رقم بالاتر در ان مبنا اصلا بکار نمی اید چرا که به محض اینکه تعداد بسته هایمان به عدد ان مبنا برسد خودش تشکیل دسته بزرگتری میدهد. نکته دوم اینکه تعداد خلالهای ما در بسته ها در واقع توانی از عدد مبنای ما است. و در این مثال دسته بزرگ که ما از ان ۴ تا داریم در واقع توان ۳ ی عدد مبنای ما است یعنی 10^3 .و دسته کوچک توان ۲ عدد مبنا یعنی 10^2 و دسته کوچکتر توان ۱ عدد مبنا یعنی 10^1

و ان دو خلال تکی ما در واقع توان ۰ عدد مبنای ماست یعنی 10^0 . حالا برای نوشتن تعداد خلالهایمان کافی است رقم بسته ها از چپ به راست و از بزرگترین توان بنویسیم با این فرض که معنی هر رقم با دیگری متفاوت است . یعنی هر رقم معرف توانی از مبنای ما است .ما مینویسیم ۴۱۸۲ یعنی از چپ به راست ۴ تا 10^3 و ۱ تا10^2 و ۸ تا 10^1 و ۲ تا 10^0 .

4182 d = 4*(10^3) + 1*(10^2) + 8*(10^1) +2*(10^0)

حالا بیایید همین ۴۱۸۲ خلال را در مبنای اکتاو (مبنای۸) بشماریم. ابتدا خلالها را ۸ تا ۸ تا جدا کنید میبینیم که ۵۲۲ دسته میشود انها را با نخ بسته بندی کنید .در اینجا ۶ خلال تکی باقی میماند. حالا از این ۵۲۲ بسته ۸ تا ۸ تا جدا کنید و با نخ بسته بندی کنید.
میبینیم که۶۵ بسته میشود و ۲ بسته هم باقی میماند. تا اینجا ۶ خلال تکی داریم و ۲ بسته کوچکتر و ۶۵ بسته کوچک .ادامه داده و از این ۶۵ بسته هم ۸ تا ۸ تا جدا کرده و با نخ بسته بتدی میکنیم که میشود ۸ بسته بزرگ و یک بسته کوچک هم باقی ماند.این ۸ بسته بزرگ هم خودش تشکیل یک بسته بزرگتر را میدهد و دیگر بسته بزرگی باقی نمیماند. خب حالا نگاهی به بسته ها بیندازیم :۱ بسته بزرگتر و ۰ بسته بزرگ و ۱ بسته کوچک و ۲ بسته کوچکتر و ۶ خلال .اگر دقت کنید میفهمید که بسته های کوچکتر ما ۸ خلالی است و بسته های کوچک ۶۴ خلالی و بسته های بزرگ که البته از ان چیزی باقی نیست ۵۱۲ خلالی و بسته های بزرگتر که از ان فقط یکی داریم ۴۰۹۶ خلالی است . در اینجا هم به همان دو نکته توجه کنید : اول اینکه تعداد هیچ بسته ای بیشتر از عدد مبنای ما یعنی ۸ تا نیست و اساسا نمیتواند باشد چون خودش باز هم تشکیل دسته بزرگتری را میدهد . فکر کنم حالا بهتر متوجه شدید که چرا ما در هر مبنایی تنها به ارقام ۰ تا عدد ان مبنا احتیاج داریم و ارقام بالاتر اصلا بکار نمیاید. نکته دوم هم اینکه تعداد خلال بسته بندی شده در هر بسته توانی از ۸ است . حال برای نوشتن تعدا خلالهایمان کافی است رقم بسته ها را از چپ به راست و از بزرگترین توان بنویسیم با این فرض که معنی هر رقم با دیگری متفاوت است . یعنی هر رقم معرف توانی از مبنای ما است .ما مینویسیم ۱۰۱۲۶ یعنی از چپ به راست ۱ تا 8^4 و ۰ تا 8^3 و ۱ تا 8^2 و ۲ تا 8^1 و ۶ تا 8^0 .

4182 d = 1(8^4) + 0*(8^3) + 1*(8^2) + 2*(8^1) + 6*(8^0) = 10126 o

حالا اجازه دهید دو مبنای دیگر را هم همینجا تشریح کنیم یعنی مبنای ۲ و مبنای ۱۶ . از همین ابتدا من فکر میکنم بتوانید بگویید که در این دو مبنا برای بیان اعداد ما مجاز به استفاده از ارقام ۰ تا چند هستیم.!
بلی , در مبنای ۲ یا همان باینری ما مجاز به استفاده از ارقام ۰ و ۱ هستیم و برای مبنای ۱۶ یا هگزا دیسمال از ارقام ۰ تا ۱۵ استفاده خواهیم کرد .(نکته اول در تشریح مبناهای ۱۰ و ۸ در فوق) اما از انجا که ارقام یک عدد در هر مبنایی , تنها معرف جایگاه خاص خودش میباشد یعنی معرف توان ۰ تا بینهایت عدد ان مبناست پس هر رقم تنها با یک کاراکتر قابل بیان و نوشتن است از اینرو در مبنای ۱۰ به بالا که ما به ارقام بیشتر از ۰ تا ۹ نیاز داریم طبق یک قرارداد بجای رقم ۱۰ از A و بجای رقم ۱۱ از B و بجای رقم ۱۲ از C و بجای رقم ۱۳ از D و بجای رقم ۱۴ از E و بجای رقم ۱۵ از F استفاده خواهیم کرد. توجه کنید که حروف A تا F حتما بصورت حروف بزرگ باید نوشته شوند.
ابتدا با مبنای ۱۶ یا همان هگزا دیسمال شروع میکنیم .۴۱۸۲ خلال را به دسته های ۱۶ خلالی دسته کرده و با نخ بسته بندی میکنیم . که میشود ۲۶۱ بسته و ۶ خلال باقی میماند. ۲۶۱ بسته را باز هم ۱۶ تا ۱۶ تا جدا کرده که میشود ۱۶ بسته و ۵ بسته هم باقی میماند . همین ۱۶ بسته هم خودش یک بسته میشود پس داریم:

4182 d = 1*(16^3) + 0*(16^2) + 5*(16^1) + 6*(16^0) = 1056 h

برای مبنای ۲ هم بجای انکه با تشریح نوشتاری ذهن شما را خسته کنم عملیات ریاضی پشت صحنه را بیان میکنم . از انجا ۴۱۸۲ خودش در مبنای ۱۰ بیان شده پس این عملیات ریاضی را میتوان روشی برای تبدیل مبنای ۱۰ به هر مبنای دیگر تلقی کرد .پس خوب دقت کنید : عدد m را که در مبنای ۱۰ است میخواهیم به مبنای n ببریم . m را به n تقسیم کرده باقیمانده ان r1 و خارج قسمت را q1 مینامیم . حال این خارج قسمتها را انقدر بر n تقسیم میکنیم تا خارج قسمت کوچکتر از n شود. بعبارت دیگرخارج قسمت ۰ شود. حال عدد ما در مبنای n از چپ به راست تشکیل شده است از اخرین باقیمانده تا r1 . در مثال خودمان داریم:

4182/2	:	q1=2091	r1=0
2091/2	:	q2=1045	r2=1
1045/2	:	q3=522	r3=1
522/2	:	q4=261	r4=0
261/2	:	q5= 130	r5=1
130/2	:	q6=65	r6=0
65/2	:	q7=32	r7=1
32/2	:	q8=16	r8=0
16/2	:	q9=8	r9=0
8/2	:	q10=4	r10=0
4/2	:	q11=2	r11=0
2/2	:	q12=1	r12=0
1/2	:	q13=0	r13=1

4182 d = 1000001010110 b

در نهایت :

4182 d = 10126 o = 1056 h = 1000001010110 b

نکته ۱ - اندازه های اعداد در مبناهای مختلف :

ارقام هر عدد در مبنای n از ۰ تا (n-1) میباشد یعنی هر عدد دسیمال شامل ارقام ۰ تا ۹ و هر عدد باینری شامل ارقام ۰ و ۱ و هر عدد اکتاو شامل ارقام ۰ تا ۷ و هر عدد هگزادیسمال شامل ارقام ۰ تا ۹ و A تا F است.

بطور قراردادی هر عدد در مبنای n میتواند طویلتر نوشته شود یعنی با افزودن رقم ۰ به انتهای سمت چپ ان عدد میتوان انرا دراز تر کرد .

نکته ۲ - اختصارات :

سیستم شمارشی = مبنا

مبنای۱۰ = دسیمال = d

مبنای۸ = اکتاو = o

مبنای ۱۶ = هگزادسیمال = h

مبنای ۲ = باینری = b

تمرین ۳ - میدانیم که : 123d= 3*(10^0) +2*(10^2) +1*(10^0)

عدد 123.456 یعنی چه؟

تمرین ۴ - میدانیم که بزرگترین عددی که میتوان با ۲ رقم در مبنای ۱۰ شمرد عدد ۹۹ است.

بزرگترین عددی که که با ۲ رقم میتوان در مبناهای ۲ و ۸ و ۱۶ شمرد چه عددی است ؟
بزرگترین عددی که میتوان با ۴ رقم شمرد چه عددی است؟ این اعداد را پس از محاسبه درجاهای خالی زیر قرار دهید:

بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۱۰ = ۹۹
بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۲ = ؟
بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۸ = ؟
بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۱۶ = ؟
بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۱۰ = ؟
بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۲ = ؟
بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۸ = ؟
بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۱۶ =؟

تمرین ۵ - میدانیم که در محاسبات مبناها به توانهای ۰ به بالای عدد مبناها نیاز داریم . توانهای ۰ تا ۱۰ مبناهای ۱۰ و ۲ و ۸ و۱۶ را محاسبه کرده و سپس در جدول زیر قرار دهید . در مرحله اول سعی کنید توانهای ۰ تا ۵ را و در مرحله بعد سعی کنید تمام توانهای ۰ تا ۱۰ را حفظ کنید .

	decimal(base10)	*binary*(base2)	*octav*(base8)	*hexadecimal*(base16)
^0				
^1				
^2				
^3				
^4				
^5				
^6				
^7				
^8				
^9				
^10				

مساله دیگری که نگفته باقی مانده تبدیل هر مبنای دلخواه n1 به مبنای دلخواه n2 است . برای تبدیل مبنای n1 به مبنای n2 میبایست ابتدا مبنای n1 را به مبنای ۱۰ تبذیل کرده و سپس مبنای ۱۰ را طبق روشی که در بالا اموختیم به مبنای n2 تبدیل کنیم .برای تبدیل هر مبنایی به مبنای ۱۰ ساده ترین روش اینست که ارقام ان عدد را با توجه به توانهای مبنایش تفکیک کنیم و سپس همه انها را محاسبه و با هم جمع کنیم .مثلا برای اینکه بدانیم عدد 1001011b در مبنای ۱۶ چه عددی میشود لازم است ابتدا این عدد به مبنای ۱۰ تبدیل شود وسپس از روش تقسیم متوالی به مبنای ۱۶ تبدیل شود :

1001011b=1*2^0 + 1*2^1 + 1*2^3 + 1* 2^6 =1+2+8+64=75d
75/16 : q1=4   r1=<u>11</u>
4/16   : q2=0   r2=<u>4</u>
we know 11:=B
=======>1001011b=4Bh

امیدوارم که تای اینجای کار خیلی خوب از پس تمام تمرینات بر امده باشید . توصیه میکنم پیش از ادامه همه انها را حل کنید .

حالا میخواهم کمی راجع به ماشین حساب ویندوز حرف بزنم. ابتدا ماشین حساب ویندوز را اجرا کنید در بالای ان ۸ دکمه رادیویی میبینید . ۴ دکمه رادیویی سمت چپ مخصوص محاسبات مبناهاست .احتمالا در حال حاضر روی Dec است. حالا به صفحه اعداد در زیرش نگاه کنید میبینید که ارقام ۰ تا ۹ روشن ولی حروف A تا F خاموش است .حال بوسیله صفحه کلید یا از همانجا با موس عدد ۶۵۵۳۵ را وارد کنید حالا با موس Hex را لنتخاب کنید .بلافاصله میبینید که این عدد به مبنای ۱۶ تبدیل شده است.حالا نگاهی به اعداد بیندازید و ببینید که حروف A تا F هم روشن است .حال روی Oct و Bin هم کلیک کنید و در هر کدام دقت کنید تا ببینید که کدام ارقام روشن و کدام خاموشند.شما حتی میتوانید تمام اعمال ریاضی را در هر مبنای دلخواه انجام دهید. نکته دیگر اینکه کلید میانبر روی صفحه کلید برای تبدیل این مبناها کلیدهای F5 تا F8 میباشد .

پیشنهاد میکنم روی ۴ عمل اصلی در مبناها کمی فکر کنید تا در درس بعد انشاء الله به ان بپردازیم .

تمرینات تکمیلی :

1) Convert the following decimal values to binary:
a) 128 b) 4096 c) 256 d) 65536 e) 254
f) 9 g) 1024 h) 15 i) 344 j) 998
k) 255 l) 512 m) 1023 n) 2048 o) 4095
p) 8192 q) 16,384 r) 32,768 s) 6,334 t) 12,334
u) 23,465 v) 5,643 w) 464 x) 67 y) 888

2) Convert the following binary values to decimal:
a) 1001 1001 b) 1001 1101 c) 1100 0011 d) 0000 1001 e)1111 1111
f) 0000 1111 g) 0111 1111 h) 1010 0101 i) 0100 0101 j) 0101 1010
k) 1111 0000 l) 1011 1101 m) 1100 0010 n) 0111 1110 o) 1110 1111
p) 0001 1000 q) 1001 111 1 r) 0100 0010 s) 1101 1100 t) 1111 0001
u) 0110 1001 v) 0101 1011 w) 1011 1001 x) 1110 0110 y) 1001 0111

3) Convert the binary values in problem 2 to hexadecimal.

4) Convert the following hexadecimal values to binary:
a) 0ABCD b) 1024 c) 0DEAD d) 0ADD e) 0BEEF
f) 8 g) 05AAF h) 0FFFF i) 0ACDB j) 0CDBA
k) 0FEBA l) 35 m) 0BA n) 0ABA o) 0BAD
p) 0DAB q) 4321 r) 334 s) 45 t) 0E65
u) 0BEAD v) 0ABE w) 0DEAF x) 0DAD y) 9876