

فرض کنید یک کارخانه قلم سازی برای فروش قلمها بسته به سلیقه مشتری از دو نوع بسته بندی استفاده میکند. در نوع اول جعبه های کوچکی استفاده میکند که تنها ۸ قلم در آن جا میشود. و هر ۸ جعبه کوچک در یک جعبه بزرگتر و هر ۸ جعبه بزرگ در یک کارتن قرار میگیرد. در نوع دوم هر جعبه کوچک شامل ۱۰ قلم و هر جعبه بزرگ شامل ۱۰ جعبه کوچک و هر کارتن شامل ۱۰ جعبه بزرگ است. **تمرین ۱-** در مثال کارخانه , هر دو نوع بسته بندی را با تولید روزانه ۱۰۲۴ و همچنین ۳۶۰۲ و همچنین ۳۸۰ قلم محاسبه و بیان کنید.

<u>جعبه کوچک</u>	<u>جعبه بزرگ</u>	<u>کارتن</u>
۸ قلم ۱۰ قلم	۶۴ قلم ۱۰۰ قلم	۵۱۲ قلم ۱۰۰۰ قلم

پاسخ تمرین ۱ : راه اول . در این روش از طریق دسته بندی و سپس بسته بندی قلمها جلو میرویم . در اینجا $q1$ و $r1$ در اولین گام بترتیب نمایش دهنده جعبه های کوچک و قلمهای تکی باقیمانده هستند. در گام دوم $q2$ و $r2$ بترتیب نمایش دهنده جعبه های بزرگ و جعبه های کوچک باقیمانده هستند و در گام سوم $q3$ و $r3$ بترتیب نمایش دهنده کارتها و جعبه های بزرگ باقیمانده هستند. برای نتیجه گیری نهایی مقادیر $r1$ و $r2$ و $r3$ و $q3$ برای ما مهم هستند :

$r1$ قلم است. $r2$ جعبه کوچک است . $r3$ جعبه بزرگ است . $q3$ کارتن است.

1024:

$$1024/8 : q1=128 \quad r1=0$$

$$128/8 : q2=16 \quad r2=0$$

$$16/8 : q3=2 \quad r3=0$$

$$1024/10 : q1=102 \quad r1=4$$

$$102/10 : q2=10 \quad r2=2$$

$$10/10 : q3=1 \quad r3=0$$

====

3602:

$$3602/8 : q1=450 \quad r1=2$$

$$450/8 : q2=56 \quad r2=2$$

$$56/8 : q3=7 \quad r3=0$$

$$3602/10 : q1=360 \quad r1=2$$

$$360/10 : q2=36 \quad r2=0$$

$$36/10 : q3=3 \quad r3=6$$

====

380:

$$380/8 : q1=47 \quad r1=4$$

$$47/8 : q2=5 \quad r2=7$$

$$5/8 : \text{not dividable}$$

$$380/10 : q1=38 \quad r1=0$$

$$38/10 : q2=3 \quad r2=8$$

$$3/8 : \text{not dividable}$$

راه دوم : در این روش بجای محاسبات ریاضی بگونه ای حسی تر با مساله برخورد میکنیم . شما با دیدن ۱۰۲۴ بی محابا میگویید که ۱۰۰۰ قلم یعنی ۱ کارتن , ۲۰ قلم یعنی ۲ جعبه کوچک , و در نهایت ۴ قلم تکی . و نیز با دیدن ۳۶۰۲ به خود میگویید ۳ کارتن و ۶ جعبه بزرگ و ۲ قلم تکی . همچنین با دیدن ۳۸۰ بلافاصله میفهمید که ۳ جعبه بزرگ و ۸ جعبه کوچک . خب این برای بسته بندی نوع دوم کارخانه بود . همین عمل را برای بسته بندی نوع اول کارخانه انجام دهید .

$$1024/512 : q=2 r=0$$

پاسخ میشود ۲ کارتن و هیچ قلمی هم باقی نمانده .

$$3602/512 : q=7 r=18$$

$$18/64 : q=0 r=18$$

$$18/8 : q=2 r=2$$

پاسخ ۷ کارتن و ۲ جعبه کوچک (q) و ۲ قلم تکی (r) است.

$$380/512 : q=0 r=380$$

$$380/64 : q=5 r=60$$

$$60/8 : q=7 r=4$$

پاسخ ۵ جعبه بزرگ و ۷ جعبه کوچک و ۴ قلم تکی است .

راه سوم : اگر بطور جدی متن درس را خوانده باشید و کمی هم فسفرسوزانده باشید باید فهمیده باشید پاسخ این تمرین در محاسبه تولید روزانه کارخانه در مبنای ۸ و ۱۰ نهفته است . تنها با این فرق که در اینجا ما تنها تا توان ۳ عدد مبنا (که برای محاسبه کارتها است) نیاز داریم . خواه این محاسبه با دست صورت گیرد یا با ماشین حساب باید به ارقام زیر برسید :

$$1024d=2000o$$

$$3602d=7022o$$

$$380d=574o$$

با توجه به متن درس هر رقم معنی خاص خودش را دارد . مثلا 7022o از راست به چپ یعنی ۲ تا قلم تکی , ۲ تا جعبه کوچک , ۰ جعبه بزرگ و ۷ کارتن .

=====

تمرین ۲- اگر تولید روزانه کارخانه ۴۰۰ قلم باشد چند قلم دیگر لازم داریم تا ۱ کارتن را در دسته بندی نوع اول بطور کامل پر کنیم؟ اگر ۸۰۰ قلم باشد چطور؟

پاسخ تمرین دوم : پاسخ این سوال بیش از حد ساده است البته به شرط اینکه از پیش بدانید کارتها ۵۱۲ قلمی هستند پس $512-400=112$. البته پیشنهاد میکنم ۴۰۰ را به مبنای ۸ ببرید و نگاهی به آن بیندازید .

اگر ۸۰۰ قلم باشد : حالا لابد میخواهید ۵۱۲ را از ۸۰۰ کم کرده حاصل ۲۸۸ را بدست آورید و ۲۸۸ را مجدداً از ۵۱۲ کم کنید ؟ اووووه ... ماشین حساب ویندوز را کار بیندازید . مطمئن شوید که در حالت Dec است . بنویسید ۸۰۰ . حالا بروید در حالت Oct . پاسخ ۱۴۴۰ درج میگردد . انرا با دکمه C که به رنگ قرمز است پاک کنید و بنویسید ۲۰۰۰ سپس منهای ۱۴۴۰ کنید تا پاسخ ۳۴۰ را دریافت کنید . حالا بروید به حالت Dec تا پاسخ ۲۲۴ درج گردد . بلی ! درست است , ۲۲۴ قلم نیاز داریم تا کارتن دوم را هم پر کنیم . البته این راه سختی نوشتن دارد که شد مال من :) اما اسانی عملکرد دارد که اگر یکبار یاد بگیرید برای همیشه همینطور عمل خواهید کرد .

=====

تمرین ۳- میدانیم که : $123d= 3*(10^0) + 2*(10^2) + 1*(10^0)$

عدد 123.456 یعنی چه؟

پاسخ تمرین ۳ : راز این سوال هم در جایگاه ارقام در عدد است . قبل از ممیز و از راست به چپ یکان , دهگان , صدگان ... داریم که توانهای صعودی مثبت ۱۰ هستند . ارقام بعد از ممیز از چپ به راست

یکدهم , یکصدم , یکهزارم ... هستند که در واقع توانهای نزولی منفی ۱۰ هستند پس:

$$123.456d = 1 \cdot (10^2) + 2 \cdot (10^1) + 3 \cdot (10^0) + 4 \cdot (10^{-1}) + 5 \cdot (10^{-2}) + 6 \cdot (10^{-3})$$

$$=$$

$$100 + 20 + 3 + 0.4 + 0.05 + 0.006$$

=====

تمرین ۴ - میدانیم که بزرگترین عددی که میتوان با ۲ رقم در مبنای ۱۰ شمرد عدد ۹۹ است. بزرگترین عددی که با ۲ رقم میتوان در مبناهای ۲ و ۸ و ۱۶ شمرد چه عددی است؟ بزرگترین عددی که میتوان با ۴ رقم شمرد چه عددی است؟ این اعداد را پس از محاسبه در جاهای خالی زیر قرار دهید:

- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۱۰ = ۹۹
- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۲ = ؟
- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۸ = ؟
- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۱۶ = ؟
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۱۰ = ؟
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۲ = ؟
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۸ = ؟
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۱۶ = ؟

پاسخ تمرین ۴: میدانم که شما هم میدانید بزرگترین عدد دو رقمی مبنای ۱۰ عدد ۹۹ است (: اما اینبار راجع به ارقام آن فکر کنید !!! ۹۹ !!! این عدد دو رقمی دو جایگاه دارد. در هر جایگاه ما عدد ۹ را قرار داده ایم, یعنی بزرگترین عددی که میتوانستیم, یعنی بزرگترین عدد یک رقمی! (: کار به همین سادگی است. شما در هر مبنایی در هر عدد n رقمی اگر هر جایگاه را که جای فقط یک رقم است, بزرگترین عدد یک رقمی قرار دهید بسادگی بزرگترین عدد n رقمی آن مبنا را بدست آورده اید.

پس:

- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۱۰ = ۹۹
- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۲ = ۱۱
- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۸ = ۷۷
- بزرگترین عدد دو رقمی در مبنای ۱۶ = FF
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۱۰ = ۹۹۹۹
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۲ = ۱۱۱۱
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۸ = ۷۷۷۷
- بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۱۶ = FFFF

یک توضیح خیلی مهم خدمتان عرض کنم و آن اینکه هیچ دلیلی ندارد که بزرگترین اعداد n رقمی در مبناهای مختلف با هم برابر باشند. یعنی ۹۹ و ۱۱ و ۷۷ و FF اصلا با هم برابر نیستند.

=====

تمرین ۵ - میدانیم که در محاسبات مبنای ۱۰ به توانهای ۰ تا ۱۰ مبنای ۱۰ و ۲ و ۸ و ۱۶ را محاسبه کرده و سپس در جدول زیر قرار دهید. در مرحله اول سعی کنید توانهای ۰ تا ۵ را و در مرحله بعد سعی کنید تمام توانهای ۰ تا ۱۰ را حفظ کنید.

پاسخ تمرین ۵:

decimal(base10) binary(base2) octav(base8) hexadecimal(base16)

10^0	1	1	1	1
10^1	10	2	8	16

2^2	100	4	64	256
2^3	1000	8	512	4096
2^4	10000	16	4096	65536
2^5	100000	32	32768	1048576
2^6	1000000	64	262144	16777216
2^7	10000000	128	2097152	268435456
2^8	100000000	256	16777216	4294967296
2^9	1000000000	512	134217728	68719476736
2^{10}	10000000000	1024	1073741824	1099511627776

=====

پاسخ تمرینات تکمیلی :

1) Convert the following decimal values to binary:

- a) 128d = 1000 0000
- b) 4096d = 1 0000 0000 0000
- c) 256d = 1 0000 0000
- d) 65536d = 1 0000 0000 0000 0000
- e) 254d = 1111 1110
- f) 9d = 1001
- g) 1024d = 100 0000 0000
- h) 15d = 1111
- i) 344d = 1 0101 1000
- j) 998d = 11 1110 0110
- k) 255d = 1111 1111
- l) 512d = 10 0000 0000
- m) 1023d = 11 1111 1111
- n) 2048d = 1 000 0000 0000
- o) 4095d = 1111 1111 1111
- p) 8192d = 10 0000 0000 0000
- q) 16,384d = 100 0000 0000 0000
- r) 32,768d = 1 000 0000 0000 0000
- s) 6,334d = 1 1000 1011 1110
- t) 12,334d = 11 0000 0010 1110
- u) 23,465d = 101 1011 1010 1001
- v) 5,643d = 1 0110 0000 1011
- w) 464d = 1 1101 0000
- x) 67d = 100 0011
- y) 888d = 11 0111 1000

2) Convert the following binary values to decimal:

3) Convert the binary values in problem 2 to hexadecimal.

- a) 1001 1001b = 153d = 99h
- b) 1001 1101b = 157d = 9Dh
- c) 1100 0011b = 195d = 0C3h
- d) 0000 1001b = 9d = 09h
- e) 1111 1111b = 255d = 0FFh
- f) 0000 1111b = 15d = 0Fh
- g) 0111 1111b = 63d = 3Fh
- h) 1010 0101b = 165d = A5

- i) 0100 0101b = 69d = 45h
- j) 0101 1010b = 90d = 5Ah
- k) 1111 0000b = 240d = 0F0h
- l) 1011 1101b = 189d = 0BDh
- m) 1100 0010b = 194d = 0C2h
- n) 0111 1110b = 126d = 7Eh
- o) 1110 1111b = 239d = 0EFh
- p) 0001 1000b = 24d = 18h
- q) 1001 1111b = 159d = 9Fh
- r) 0100 0010b = 66d = 42h
- s) 1101 1100b = 220d = 0DCh
- t) 1111 0001b = 241d = 0F1h
- u) 0110 1001b = 105d = 69h
- v) 0101 1011b = 91d = 5Bh
- w) 1011 1001b = 185d = B9h
- x) 1110 0110b = 230d = 0E6h
- y) 1001 0111b = 151d = 97h

4) *Convert the following hexadecimal values to binary:*

- a) 0ABCDh = 1010101111001101b
- b) 1024h = 1000000100100b
- c) 0DEADh = 1101111010101101b
- d) 0ADDh = 101011011101b
- e) 0BEEFh = 1011111011101111b
- f) 8h = 1000b
- g) 05AAFh = 101101010101111b
- h) 0FFFFh = 1111111111111111b
- i) 0ACDBh = 1010110011011011b
- j) 0CDBAh = 1100110110111010b
- k) 0FEBAh = 1111111010111010b
- l) 35h = 110101b
- m) 0BAh = 10111010b
- n) 0ABAh = 101010111010b
- o) 0BADh = 101110101101b
- p) 0DABh = 110110101011b
- q) 4321h = 100001100100001b
- r) 334h = 1100110100b
- s) 45h = 1000101b
- t) 0E65h = 111001100101b
- u) 0BEADh = 1011111010101101b
- v) 0ABEh = 101010111110b
- w) 0DEAFh = 1101111010101111b
- x) 0DADh = 110110101101b
- y) 9876h = 1001100001110110b